

## Ecuatii și inecuații

### Probleme rezolvate

1. Să se determine mulțimea soluțiilor ecuației  $x^2 - |x| = mx(x + 1)$ , discutând în funcție de parametrul  $m \in \mathbb{R}$ .
2. Să se rezolve în  $\mathbb{R}$  inecuația  $\frac{x+1}{x^2-3x+5} \leq 1$ .
3. Fie  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_3 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{3}} x - 6$ . Să se determine domeniul maxim de definiție  $D$ . Să se rezolve ecuația  $f(x) = 0$  și inecuația  $f(x) \geq 0$ .
4. Se dă expresia  $f(x) = \sqrt{2-x} - x$ . Să se rezolve ecuația  $f(x) = 0$ , ecuația  $f(x) = 1$  și inecuația  $\ln f(x) \leq 0$ .

### Probleme propuse

5. Să se determine  $x, y \in \mathbb{R}$  astfel încât

$$xy + x + y = 11$$

$$xy(x + y) = 30.$$

6. Să se determine  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât ecuația  $\sqrt{2|x| - 2x} = m - x$  să aibă trei soluții reale distincte.

7. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuația  $\sqrt{\log_2 \frac{3-2x}{1-x}} < 1$ .

8. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $3^x + 4^x = 5^x$  și inecuația  $3^x + 4^x > 5^x$ .

9. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuația  $(\sqrt{2} - 1)^x + (3 - 2\sqrt{2})^x > 6$ .

10. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuația  $\log_2(9 - 2^x) > 3 - x$ .

11. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuația  $\lg(x^2 - 3) > \lg(x + 3)$ .

12. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuația  $2 \ln^2 x + 1 < 3 \ln x$ .

13. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $2^x + \log_2 x - 2 = 0$ .

14. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $2^x \log_2 x - 4 = 0$ .

15. Să se arate că ecuația  $x^3 + x = a$  are o singură soluție pentru orice  $a \in \mathbb{R}$ .