

## Combinatorică

### Probleme rezolvate

1. La o petrecere iau parte 12 cupluri căsătorite.
  - a) Care este numărul participanților la petrecere?
  - b) Care este numărul perechilor de dans (bărbat-femeie) ce se pot forma? Dar dacă cerem ca partenerii de dans din pereche: (i) să fie căsătoriți; (ii) să nu fie căsătoriți?
2. În câte moduri poate fi ales un număr natural de o cifră astfel încât să fie prim sau par?
3. Fie  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $n \geq 3$ . În câte moduri poate fi ordonată mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  astfel încât în fiecare ordonare, numerele 1, 2, 3 să stea la rând în această ordine?
4. a) În câte moduri poate fi ordonată mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, 14\}$  astfel încât fiecare număr par să aibă (o poziție de) rang par?
  - b) În câte moduri pot fi așezați 7 băieți și 7 fete pe un rând cu 14 scaune astfel încât să nu avem 2 vecini de același sex?
5. O sesiune de examene durează 21 de zile. O grupă de studenți trebuie să programeze în sesiune 5 examene. În câte moduri se poate face programarea? Dar dacă ultimul examen trebuie dat în ultima zi din sesiune? Se consideră că nu pot fi date 2 examene sau mai multe în aceeași zi.
6. La 9 clase trebuie repartizați 3 profesori de matematică, fiecărui profesor revenindu-i câte 3 clase. În câte moduri se poate face repartizarea?
7. Fie  $k, n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq k \geq 3$ . În plan sunt date  $n$  puncte dintre care, în afară de  $k$  puncte care sunt situate pe o aceeași dreaptă, oricare 3 puncte sunt necoliniare.
  - a) Prin câte drepte se pot uni aceste puncte?
  - b) Câte triunghiuri diferite cu vârfurile în aceste puncte există?
8. Să se determine numărul legilor de compoziție ce pot fi definite pe o mulțime  $M$  cu 3 elemente. Câte dintre acestea sunt comutative? Câte legi de compoziție admit element neutru? Să se generalizeze la o mulțime cu  $n$  elemente ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

### Problemă propusă

9. Considerăm cifrele 0, 1, 2, 3, 4 și 5.
  - a) Câte numere pot fi formate cu aceste cifre astfel încât în fiecare număr fiecare cifră apare o singură dată? Câte dintre acestea sunt pare?  
R:  $6! - 5!$ ;  $5! + 2(5! - 4!)$
  - b) Câte numere de 4 cifre pot fi formate cu aceste cifre astfel încât în fiecare număr fiecare cifră apare o singură dată? Câte dintre acestea sunt pare?  
R:  $A_6^4 - A_5^3$ ;  $A_5^3 + 2(A_5^3 - A_4^2)$
  - c) Câte numere de 4 cifre pot fi formate cu aceste cifre astfel încât în fiecare număr fiecare cifră este strict mai mică (respectiv mai mare) decât precedentă? Câte dintre acestea sunt pare?  
R:  $C_6^4$  (respectiv  $C_5^3$ );  $C_5^3 + C_3^3$  (respectiv  $1 = C_3^3$ )
  - d) Câte numere de 8 cifre pot fi formate cu aceste cifre? Câte dintre acestea sunt pare?  
R:  $6^8 - 6^7$ ;  $3(6^7 - 6^6)$