

FIȘA DISCIPLINEI

1. Date despre program

1.1 Instituția de învățământ superior	Universitatea Babes-Bolyai Cluj-Napoca
1.2 Facultatea	Facultatea de Matematica si Informatica
1.3 Departamentul	Departamentul de matematica
1.4 Domeniul de studii	Matematica
1.5 Ciclu de studii	Licenta
1.6 Programul de studiu / Calificarea	Matematica + Matematica informatica

2. Date despre disciplină

2.1 Denumirea disciplinei	Analiză matematică 3 (Calcul integral în $\mathbb{R}^n$)						
2.2 Titularul activităților de curs	Trif Tiberiu-Vasile						
2.3 Titularul activităților de seminar	Trif Tiberiu-Vasile						
2.4 Anul de studiu	2	2.5 Semestrul	1	2.6. Tipul de evaluare	examen	2.7 Regimul disciplinei	obligatorie

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1 Număr de ore pe săptămână	4	Din care: 3.2 curs	2	3.3 seminar/laborator	2
3.4 Total ore din planul de învățământ	56	Din care: 3.5 curs	28	3.6 seminar/laborator	28
Distribuția fondului de timp:					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe					20
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					9
Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri					15
Tutoriat					10
Examinări					15
Alte activități:					
3.7 Total ore studiu individual	69				
3.8 Total ore pe semestru	125				
3.9 Numărul de credite	5				

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1 de curriculum	- Analiză matematică 1 (Analiza pe $\mathbb{R}$) - Analiză matematică 2 (Calcul diferențial în $\mathbb{R}^n$)
4.2 de competențe	Gândire matematică, modelare, problematizare

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1 De desfășurare a cursului	Sală de curs cu infrastructură adecvată
5.2 De desfășurare a seminarului/laboratorului	Sală de seminar cu infrastructură adecvată

6. Competențele specifice acumulate

Competențe Profesionale	- Abilitatea de a înțelege și de a opera cu conceptele matematice. - Abilitatea de a înțelege și a aborda rezolvarea unor probleme de natură matematică. - Abilitatea de a formula și comunica oral și în scris idei și concepte matematice.
Competențe transversale	- Abilitatea de crea competențe în legatura cu noțiunea de funcție cu variație mărginită și de integrală Riemann-Stieltjes a unei funcții în raport cu altă funcție. Cunoașterea unor criterii de integrabilitate. - Abilitatea de crea competențe în legatură cu noțiunea de integrală pe un arc de curbă, modul de calcul a unei astfel de integrale, noțiunea de primitivă a unei funcții vectoriale, existența acesteia și legătura cu integrala pe un arc de curbă. - Abilitatea de a crea competențe în legătură cu măsura Jordan a unei mulțimi din $\mathbb{R}^n$, definiția integrabilității Riemann a unei funcții reale de n variabile reale și modul de calcul a unei astfel de integrale în cazul a două și trei variabile. - Abilitatea de a crea competențe în legătură cu noțiunea de integrală pe o porțiune de suprafață și calculul unei astfel de integrale.

7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	Aprofundarea unor cunostiinte clasice de calcul integral pentru functii de mai multe variabile.
7.2 Obiectivele specifice	- Prezentarea noțiunii de funcție cu variație mărginită și de integrală Riemann-Stieltjes a unei funcții în raport cu altă funcție. Cunoașterea unor criterii de integrabilitate. Calculul unei astfel de integrale. - Prezentarea noțiunii de integrală pe un arc de curbă, modul de calcul a unei astfel de integrale, noțiunea de primitivă a unei funcții vectoriale, existența acesteia și legătura cu integrala pe un arc de curbă. - Prezentarea noțiunii de măsură Jordan a unei mulțimi din $\mathbb{R}^n$, definiția integrabilității Riemann a unei funcții reale de n variabile reale și modul de calcul a unei astfel de integrale în cazul a două și trei variabile. - Prezentarea noțiunii de integrală pe o porțiune de suprafață și calculul unei astfel de integrale.

8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode de predare	Observații
Cursul 1. Functii cu variatie marginita cu valori în $\mathbb{R}^n$. Aditivitatea fata de interval a variatiei totale pentru astfel de functii. Functii vectoriale derivabile si de clasa C^1 . Relatii asupra acestor tipuri de functii vectoriale. Clase de functii cu variatie marginita cu stabilirea unor relatii de incluziune. Expresia integrala a unui drum de clasa C^1 (enuntul si demonstratia teoremei de baza).	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare.	
Cursul 2. Functii reale cu variatie marginita. Clasa	Expunere,	

functiilor monotone. Teorema lui Jordan. Integrabilitatea si integrala Riemann-Stieltjes a unei functii în raport cu o alta. Sume integrale cu unele proprietati ale lor. Definitia integrabilitatii si a integralei Riemann-Stieltjes si unele proprietati importante.	conversație, demonstrație didactică, problematizare.	
Cursul 3. Sumele Darboux-Stieltjes. Proprietati. Caracterizarea Integrabilitatii Riemann-Stieltjes cu ajutorul sumelor Darboux-Stieltjes (teorema lui Darboux). Criterii de integrabilitate Riemann-Stieltjes. Reducerea integralei Riemann-Stieltjes la o integrala Riemann in anumite situatii.	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare.	
Cursul 4. Comportarea variatiei totale a unei functii, precum si a integrabilitatii si integralei Riemann-Stieltjes in raport cu operatie de compunere a functiilor. Arce de curba parametrizabile. Drum reprezentativ a unui arc de curba. Drumuri echivalente si antiechivalente. Teorema potrivit careia oricare doua drumuri reprezentative ale unui arc de curba sunt fie echivalente fie antiechivalente.	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare.	
Cursul 5. Definirea celor doua tipuri de integrale pe arce de curba parametrizabile, respectiv pe arce parametrizabile si orientate, din functii reale de m variabile reale ca integrale Riemann-Stieltjes. Formule de calcul, în cazuri particulare pentru diferite tipuri de integrale, prin reducere la integrale Riemann.	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare.	
Cursul 6. Forme diferentiale liniare si integrarea lor pe drumuri. Formula de calcul pentru integrala unei forme diferentiale liniare într-un caz particular, prin reducerea la o integrala Riemann. Functii vectoriale definite pe domenii din R^n care admit primitive. Calculul integralei pe un drum a unei forme diferentiale liniare în cazul în care functia vectoriala generatoare admite primitive (o generalizare a formulei lui Leibnitz-Newton).	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare.	
Cursul 7. Expresia primitivei unei functii vectoriale. Conditii necesare si suficiente de existenta a primitivei unei functii vectoriale. Independenta de drum a integralei formei diferentiale cand functia vectoriala generatoare admite primitive.	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare.	
Cursul 8. Sume integrale Riemann si definitia integrabilitatii unei functii de 2 variabile definite pe un interval bidimensional. Teorema lui Fubini de transformare a integralei duble in integrale iterate in cazul functiilor de 2 variabile definite pe un interval bidimensional. Aditivitatea fata de interval a integralei in cazul functiilor reale de 2 variabile reale. Extinderea definitiei	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare.	

integrabilitatii si integralei la functii reale de m variabile reale definite pe intervale din $\mathbb{R}^m$. Trecerea in acest caz la integrale iterate. Cazul integralei triple. Diferite formule de calcul.		
Cursul 9. Definitia integrabilitatii si integralei a unei functii definite pe multimi marginite di $\mathbb{R}^m$. Calculul integralei duble in cazul in care domeniul de integrare din $\mathbb{R}^2$ este o multime simpla in raport cu una din variabile. Generalizarea pentru m variabile. Cazul integralei triple pe o multime simpla in raport cu una din variabile.	Expunere, conversatie, demonstratie didactică, problematizare.	
Cursul 10. Sumele lui Darboux ale unei functii marginite definite pe un interval din $\mathbb{R}^m$. Caracterizarea integrabilitatii cu ajutorul sumelor lui Darboux in acest caz. Exprimarea integrabilitatii Riemann prin egalitatea dintre integrala inferioara si cea superioara. Multimi masurabile Jordan. Definitie cu ajutorul functiei caracteristice si conditii echivalente. Multimi elementare si rolul lor in definirea masurabilitatii Jordan a unei multimi.	Expunere, conversatie, demonstratie didactică, problematizare.	
Cursul 11. Multimi de masura Jordan nula. Operatii cu multimi masurabile Jordan. Aditivitatea fata de multime a calitatii de multime masurabila Jordan si a masurii Jordan.	Expunere, conversatie, demonstratie didactică, problematizare.	
Cursul 12. Exprimari ale integrabilitatii Riemann pe o multime masurabila Jordan cu ajutorul sumelor Riemann si a sumelor lui Darboux. Integrabilitatea functiilor continue si consecinte Criteriul lui Lebesgue de integrabilitate Riemann. Aditivitatea fata de domeniul de integrare a integralei Riemann.	Expunere, conversatie, demonstratie didactică, problematizare.	
Cursul 13. Multimi care admit o parametrizare de suprafata. Integrale de primul tip pe o multime cu parametrizare de suprafata. Formula de calcul in cazul unei functii continue in raport cu o parametrizare de clasa C^1 . Formule de calcul in cazuri particulare.	Expunere, conversatie, demonstratie didactică, problematizare.	
Cursul 14. Forme diferentiale de ordinul 2 si integrarea lor pe pânze parametrizate. Varietati orientate de ordinul 2 în $\mathbb{R}^3$. Integrala unei forme diferentiale de ordinul 2 în $\mathbb{R}^3$ pe o varietate orientate din $\mathbb{R}^3$ de acelasi ordin. Portiuni simple si portiuni orientate de suprafata si pânze parametrice reprezentative ale acestora. Integrale pe aceste suporturi. Teoremele lui Green, Stokes si Gauss-Ostrogradski pentru legaturile dintre diferitele tipuri de integrale.	Expunere, conversatie, demonstratie didactică, problematizare.	

Bibliografie

- [1] BALAZS M.: Analiza matematica, III si IV, Universitate, Cluj-Napoca, 1983,1984.
- [2] BALAZS M., KOLUMBAN I.: Matematikai analizis, Dacia Konivkyado, Kolozsvar-Napoca, 1978.
- [3] BOBOC N.: Analiza matematica, II, Universitate, Bucuresti, 1993.
- [4] COBZAS ST.: Analiza matematica (Calcul diferential), Presa universitara clujeana, Cluj-Napoca, 1997.
- [5] COLOJOARA I.: Analiza matematica, Ed. did. si ped., Bucuresti, 1983.
- [6] SIKORSKI R.: Advanced Calculus, PWN-Polish Scientific Publishiers, Warsaw, 1969.
- [7] WALTER W.: ANALYSIS I, Zweite Aufl. Berlin, Springer-Verlag,1990.
- [8] ***: Analiza matematica, II, Ed. did. si pedagog., Bucuresti, 1980.
- [9] HEUSER H.: Lehrbuch der Analysis.Teil 2. 9. Auflage. Stuttgart: B. G. Teubner, 1995.
- [10] G. M. FIHTENHOLZ, Calculul diferențial și integral, vol II (1964)-III (1965), Editura Tehnică, București (traducere din limba rusă).
- [11] M. NICOLESCU, Analiză matematică, (3 volume), I(1957), II(1958), III(1960), Editura tehnică, București.
- [12] N. BOBOC, Analiză matematică, Univ. București, 1988.
- [13] M. MEGAN, Analiză matematică, vol.1-2. Mirton, Timișoara, 1999.
- [14] W. RUDIN, Principles of mathematical analysis, Mc Graw New York 1967.

8.2 Seminar/laborator	Metode de predare	Observații
Seminarul 1. Exemple de drumuri rectificabile si neregulate în $\mathbb{R}^2$. Efectuarea demonstrațiilor unor rezultate enunțate la curs.	Conversație și problematizare.	
Seminarul 2. Exerciții privind calculul variației totale ale unor funcții cu valori în $\mathbb{R}^2$ și $\mathbb{R}^3$ (a lungimii unor drumuri în $\mathbb{R}^2$ și $\mathbb{R}^3$ când acestea sunt date printr-o parametrizare). Completări la curs prin efectuarea unor demonstrații luate pentru la seminar.	Conversație și problematizare.	
Seminarul 3. Obținerea unor formule de calcul în cazul în care drumul din $\mathbb{R}^2$ are ca imagine graficul unei funcții. Cazul în care drumul are ca imagine un arc de curbă care are ecuația în coordonate polare.	Conversație și problematizare.	Din [15] exercitiile 3.8-3.11 și 3.18-3.36 (pag. 76 - 77).
Seminarul 4. Exemple de cazuri de integrabilitate Riemann-Stieltjes și cazuri de neintegrabilitate. Calculul unor integrale Riemann-Stieltjes.	Conversație și problematizare.	

Seminarul 5. Exerciții privind calculul unor integrale de diferite tipuri pe drumuri. Formule de calcul în cazurile particulare semnalate și în seminarul anterior.	Conversație și problematizare.	Din [15] exercitiile 3.37 – 3.87 (pag. 78 – 81).
Seminarul 6. Exerciții privind calculul integralelor unor forme diferențiale liniare. Exerciții privind verificarea faptului că anumite funcții vectoriale admit primitive, determinarea acestor primitive și calculul unor integrale pe drumuri din forme diferențiale liniare cu ajutorul funcțiilor generatoare a formelor diferențiale liniare de integrat.	Conversație și problematizare.	Din [15] exercitiile 3.90-3.115 (pag.81-82).
Seminarul 7. Continuarea exemplificărilor de tipul celor din seminarul anterior.	Conversație și problematizare.	
Seminarul 8. Exerciții privind calculul unor integrale duble pe intervale bidimensionale.	Conversație și problematizare.	
Seminarul 9. Calculul unor integrale din funcții reale de 2 variabile reale prin trecerea la integrale iterate. Schimbarea ordinii de integrare în integrale iterate rezultate din integrarea unor funcții reale de două variabile reale.	Conversație și problematizare.	
Seminarul 10. Calculul unor integrale din funcții reale de 3 variabile reale prin trecerea la integrale iterate. Schimbarea ordinii de integrare în integrale iterate rezultate din integrarea unor funcții reale de trei variabile reale.	Conversație și problematizare.	Din [15] exercitiile 4.79-4.87 pag 95-96 și exercitiile 4.129-4.139 pag.98-99.
Seminarul 11. Schimbarea de variabilă în integrala dublă. Schimbări de variabilă remarcabile.	Conversație și problematizare.	Din [15] exercitiile 4.129-4.139 pag.98-99.
Seminarul 12. Schimbarea de variabilă în integrala triplă. Schimbări de variabilă remarcabile.	Conversație și problematizare.	Din [15] exercitiile 4.129-4.139 pag.98-99.
Seminarul 13. Exerciții privind calculul integralelor de primul tip a unei funcții definite pe o pânză parametrizată clasică.	Conversație și problematizare.	Din [15] exercitiile 5.36-5.57. pag.109-111.
Seminarul 14. Exerciții privind calculul integralelor de al doilea tip a unei funcții definite pe o pânză parametrizată clasică în raport cu aria determinată de aceasta. Exerciții privind teoremele lui Green, Stokes și Gauss-Ostrogradski pentru legăturile dintre diferitele tipuri de integrale.	Conversație și problematizare.	Din [15] exercitiile 5.9-5.35. pag.108-109.
Bibliografie. [15] L. DRAGUSIN, C. DRAGUSIN, C. RADU : Calcul integral & Ecuații diferențiale, Exerciții și probleme, Editura DU STYLE, 1996. [16] BUCUR G., CAMPU E., GAINA S.: Culegere de probleme de calcul diferențial și integral, III, Editura		

tehnica, Bucuresti, 1967.

[17] DEMIDOVICI B.P.: Culegere de probleme si exercitii de analiza matematica, Ed. tehnica, Bucuresti, 1956.

[18] N. DONCIU, D. FLONDOR, GH. SIMIONESCU, Algebră și analiză matematică (2 volume), Editura Didactică și Pedagogică, București, 1978.

[19] G. POLYA, G. SYEGÖ, Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis (2 volume), 1932.

[20] S. RĂDULESCU, M. RĂDULESCU, Teoreme și probleme de analiză matematică.

9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatori reprezentativi din domeniul aferent programului

- Tematica acestui curs (Analiză matematică 3, Calcul integral în $\mathbf{R}^n$) este prevăzută în programul de studii al tuturor universităților importante din România și din lume. Ea constituie o parte indispensabilă a pregătirii viitorilor profesori de matematică, a viitorilor cercetători în domeniul matematicii cât și al celor care activează în alte domenii care aplică nemijlocit metodele matematicii.

10. Evaluare

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	- cunoașterea noțiunilor și a rezultatelor de bază; - posibilitatea de a efectua demonstrații a unor rezultate teoretice;	Examen scris la sfarsitul semestrului	75%
10.5 Seminar/laborator	- aplicarea rezultatelor teoretice de bază de la curs la rezolvarea unor probleme concrete.	Participarea activă la seminarii și evaluarea pe parcurs.	25%
10.6 Standard minim de performanță			
• Obținerea mediei 5 (într-o scară de la 1 la 10) în urma lucrării scrise și a examinării orale precum și a activității la seminarii din timpul anului.			

Data completării

29 aprilie 2013

Semnătura titularului de curs

Conf. dr. Trif Tiberiu-Vasile

Semnătura titularului de seminar

Conf. dr. Trif Tiberiu-Vasile

Data avizării în departament

.....

Semnătura directorului de departament

Prof. dr. Agratini Octavian