

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Mesterképzés
1.6 Szak / Képesítés	Matematika didaktika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	Módszertani észrevételek az elemi analízisben I						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Finta Zoltán						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Finta Zoltán						
2.4 Tanulmányi év	4	2.5 Félév	1	2.6. Értékelés módja	vizsga	2.7 Tantárgy típusa	kötelező

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	3	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	1
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	42	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	14
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					30
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					31
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					46
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					7
Vizsgák					19
Más tevékenységek: .....					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama	133				
3.8 A félév össz-óraszama	175				
3.9 Kreditszám	7				

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Matematikai analízis 1</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Megfelelő infrastruktúrával ellátott szeminárium terem</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Olyan elméleti és alkalmazott matematikai ismeretek megszerzése, melyek nélkülözhetetlenek egy jövőbeli matematika szakos tanár számára. Ugyanakkor a tantárgy során bemutatott hibás feladatmegoldások, példák és ellenpéldák azt hivatottak szolgálni, hogy megelőzzük a tartalmi hibák előfordulását a középiskolai matematikai analízis oktatásában.</li> </ul>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>A matematikai gondolkodás hasznosítása más műveltségterületeken, például a problémamegoldás, érvelés és kommunikáció szerepeltetésével.</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elméleti és alkalmazott matematikai ismeretek megszerzése</li> </ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"> <li>A bemutatásra kerülő fontosabb fejezetek a következők: valós számsorozatok, valós számsorok, folytonos függvények, deriválható függvények, konvex függvények, primitív függvények, Darboux – tulajdonságú függvények.</li> </ul>

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
<b>1) Valós számokkal kapcsolatos tulajdonságok:</b> alsó korlát, felső korlát, legkisebb elem, legnagyobb elem, minimális elem, maximális elem, infimum, szuprémum; környezet, nyílt halmaz, zárt halmaz, $F_{\{\sigma\}}$ típusú halmaz, $G_{\{\delta\}}$ típusú halmaz, sűrű halmazok, Dirichlet-tétel, Kronecker-tétel	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 13-46] [könyvészet;oldalak]
<b>2) Valós számsorozatok:</b> fundamentális sorozatok, rekurrens sorozatok; Töplitz-tétel, Stolz-Cesaro-tétel, Lalescu-sorozat	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 46-71]
<b>3) Valós számsorok:</b> Kummer-féle kritérium és következményei; számsorok és számsorozatok közötti kapcsolat (Kronecker-lemma)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 76-102]
<b>4) Véges és végtelen halmazok:</b> megszámlálható halmazok, kardinális számok, Cantor-Bernstein-tétel, Cantor-halmaz	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 22-27]
<b>5) Függvények határértéke és folytonossága:</b> a határérték jellemzése a Heine-kritériummal illetve a Cauchy-kritériummal; a folytonosság jellemzése nyílt halmazokkal (zárt halmazokkal); szakadási pontok (az $f: R \setminus \{a\} \rightarrow R$ függvény szakadási pontjainak halmaza $F_{\{\sigma\}}$ típusú;	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 22-27]

nem létezik olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely folytonos minden racionális pontban és szakadós minden irracionális pontban)		
<b>6) Egyenletesen folytonos függvények:</b> az egyenletes folytonosság jellemzése sorozatokkal illetve függvények határértékével; az egyenletes folytonosság elégséges feltételei	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[3; 42-49], [7, I; 188-190], [10; 41]
<b>7) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok:</b> a folytonosság és deriválhatóság kapcsolata, bal és jobb oldali deriváltak; példa olyan folytonos $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre, amely egyetlen pontban sem deriválható (Van der Waerden példája, K. Weierstrass példája), Banach-tétel (a deriválható függvények halmaza első kategóriájú)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 191-201], [8; 107-116]
<b>8) A differenciálszámítás alapvető tételei:</b> Fermat-tétel, Rolle-tétel, Cauchy-tétel, Lagrange-tétel; Taylor-képlet, L'Hospital-szabály	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 202-224]
<b>9) A differenciálszámítás alapvető tételei:</b> a középértéktételek egységesített formája (lásd: Páles Zs., <i>A unified form of the classical mean value theorems</i> , WSSIAA, 3(1994), 493-500)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I, 251-255]
<b>10) Konvex függvények:</b> konvexitás és folytonosság kapcsolata, Jensen-konvexitás és kapcsolata a konvexitással; példa olyan Jensen-konvex függvényre, amely nem konvex	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 94-107], [7, I; 226-232]
<b>11) Konvex függvények:</b> konvexitás és deriválhatóság kapcsolata (a konvexitás jellemzése az elsőrendű deriváltfüggvénnyel; a konvexitás jellemzése a másodrendű deriváltfüggvénnyel)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 94-107], [7, I; 226-232]
<b>12) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel:</b> grafikus módszer, Rolle-sorozat, húr módszer, érintő módszer (vagy Newton-féle módszer), a kontrakció elve (vagy Banach-féle fixpont tétel)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 457-477]
<b>13) Darboux-tulajdonságú függvények:</b> a Darboux-tulajdonság és folytonosság kapcsolata, Darboux-tulajdonságú függvények szakadási pontjai, Lebesgue példája Darboux-tulajdonságú és sehol sem folytonos függvényre	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9], [7, I; 120-122]
<b>14) Darboux-tulajdonságú függvények:</b> a Darboux-tulajdonság és deriválhatóság kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és primitív függvények kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és két függvény összege, szorzata illetve hányadosa közötti kapcsolat	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9], [7, I; 120-122]

#### Könyvészet

- 1) Balázs M. - Hatházi A. : *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- 2) Balázs M. : *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- 3) Crăciun C.V. : *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- 4) Crăciun C.V. : *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- 5) Crăciun C.V. : *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 6) Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H. : *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.
- 7) Sirețchi Gh. : *Calculul diferențial și integral*, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
- 8) Sirețchi Gh. : *Calculul diferențial*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983.

- 9) Sirețchi Gh. : *Funcții cu proprietatea Darboux*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 10) Rădulescu S. – Rădulescu M. : *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
<b>1) Valós számokkal kapcsolatos tulajdonságok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 13-18, 31-34]
<b>2) Valós számsorozatok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 34-115]
<b>3) Valós számsorok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 116-143], [4; 17-27]
<b>4) Véges és végtelen halmazok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 18-22]
<b>5) Függvények határértéke és folytonossága:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 185-223], [4; 29-36]
<b>6) Egyenletesen folytonos függvények :</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 234-243], [3; 50-69]
<b>7) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[4; 37-47], [3; 87-106], [7, II; 244-267]
<b>8) A differenciálszámítás alapvető tételei:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 267-306], [5]
<b>9) A differenciálszámítás alapvető tételei:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 267-306], [5]
<b>10) Konvex függvények:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
<b>11) Konvex függvények:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
<b>12) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, I; 457-477]
<b>13) Darboux-tulajdonságú függvények:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]
<b>14) Darboux-tulajdonságú függvények:</b> gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]

#### Könyvészet

- Balázs M. - Hatházi A. : *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Balázs M. : *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Crăciun C.V. : *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- Crăciun C.V. : *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- Crăciun C.V. : *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H. : *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.

- 7) Sireţchi Gh. : *Calculul diferenţial şi integral*, vol. I-II, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1985.
- 8) Sireţchi Gh. : *Calculul diferenţial*, Universitatea din Bucureşti, Facultatea de Matematică, Bucureşti, 1983.
- 9) Sireţchi Gh. : *Funcţii cu proprietatea Darboux*, Universitatea din Bucureşti, Facultatea de Matematică, Bucureşti, 1986.
- 10) Rădulescu S. – Rădulescu M. : *Teoreme şi probleme de analiză matematică*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1982.

**9. A tárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.**

- A mesterképzésben szereplő *Módszertani észrevételek az elemi analízisben I* tantárgy birtokában az egyetemi hallgató – a várható szakirányokat is figyelembe véve – alkalmas: felelősségteljes állás betöltésére, önálló döntéshozatalra, tevékenysége minőség tudattal történő végzésére; továbbképzések segítségével új kompetenciák elsajátítására.

**10. Értékelés**

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.5 Szeminárium / Labor	Formatív (formáló, folyamatos) értékelés	1 módszertani dolgozat bemutatása	50%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.</li> </ul>			

Kitöltés dátuma

2013. április 20.

Előadás felelőse

.....

Szeminárium felelőse

.....

Az intézeti jóváhagyás dátuma

.....

Intézetigazgató

Dr. Szenkovits Ferenc, egyet. docens

.....